

## Resolução Lista de Exercícios 4 de Econometria

1)

1a) Coeficientes

$\alpha$  estimado = 3,6 (2,0902)

$\beta$  estimado = 0,75 (0,2557)

Interpretação: O  $\alpha$  é o intercepto da equação, e representa o fato que se nenhuma hora for trabalhada ( $X=0$ ), haverá uma quantidade produzida de 3,6 unidades. Provavelmente o chefe da empresa terá que fazer o trabalho.

O  $\beta$  indica o quanto a produção muda ( $Y$ ), a medida que se amplia as horas trabalhadas ( $X$ ) na firma. Neste caso para cada hora adicional de trabalho representa um incremento de 0,75 unidades na produção.

1b) Considerando um nível de significância de 5% e gl de 8, tem-se que o t tabelado é = 2,306

O t calc  $\alpha$  estimado =  $3,6/2,0902 = 1,72 < t \text{ tab } (2,306) \rightarrow$  não significante

O t calc  $\beta = 0,75/0,2557 = 2,93 > t \text{ tab } (2,306) \rightarrow$  significante

1c)  $R^2 = 0,5181$

O coeficiente de determinação informa o quanto as variáveis independentes explicam as var. dependentes. Neste caso temos que apenas 51,81% da variação de  $y$  é explicada pelas horas trabalhadas. Se olharmos apenas para o  $R^2$  percebe-se que há um baixo poder de explicação, que pode ser justificado pelo baixo tamanho de nossa amostra.

1d) Teste  $F = 8,60$

O valor de  $F$  tabelado (considerando g.l.1,8 gl. numerador e denominador, respectivamente) = 5,32.

Como  $F \text{ calc } (8,60) > F \text{ tab } (5,32) =$  podemos rejeitar a Hipótese de que os coeficientes sejam todos iguais, ou considerar que os coeficientes são estatisticamente significativos.

1e) Em virtude de que o termo  $\alpha$  não ser significante, bem como o fato de que para alguns modelos (amparados pela teoria) impõe que o intercepto esteja ausente do modelo e neste caso o modelo sem intercepto é mais adequado (melhora a robustez do modelo, por exemplo; e possibilita estimar o coeficiente de inclinação com maior precisão), podemos fazer a regressão sem o intercepto (regressão pela origem).

Veja que, em nosso modelo no qual visa avaliar o impacto das horas de trabalho sobre a produção, o coeficiente  $\alpha$  não fez muito sentido em nossa análise.

1f) Coeficientes

$\beta = 1,18 (1,493)$

Com a regressão pela origem o coeficiente ampliou para 1,18, o que representa que para cada hora adicional de trabalho a produção amplia em 1,18 unidades.

1g) Considerando um nível de significância de 5% e gl de 9, tem-se que o t tabelado é = 2,262

O t calc  $\beta$  estimado =  $1,18 / 1,493 = 0,79 < t \text{ tab } (2,262) \rightarrow$  não significante

2)

Soma de Quadrados	gl	Quadrados médios	Teste F
SQE = 2575580,98	2	1287790,49	14,84964
SQR = 173444,02	9	86722,01	
SQT = 2749025	11	1374512,5	

Teste F → F calc 4,26 (5% significância e gl = 2 e 9)

Como F calc (14,85) > F tab (4,26) → os coeficientes são significantes

$$R^2 = \text{SQE}/\text{SQT} = 0,9369$$

Com coeficiente de determinação de 0,9369, temos que 93,7% da variação da variável dependente é explicada pela (s) variável (eis) independente (s). Analisando esse indicador de forma isolada demonstra um alto poder de explicação do modelo.

3)

	Coeficiente	Variância	Erro padrão	t calc
$\beta_1$	3,3324	0,0276	0,1663	20,0437
$\beta_2$	-0,2180	0,0011	0,0325	-6,70391
				T tab = 3,182
<b>ANOVA</b>	Soma dos quadr	gl	Quadr médios	
<b>SQT</b>	0,492	4	0,123	<b>F</b> = 44,94234
<b>SQE</b>	0,46	1	0,461213	<b>R<sup>2</sup></b> = 0,9374
<b>SQR</b>	0,03	3	0,010262	

Análise: Os coeficientes são estatisticamente significativos (t calc > t tba) e (F calc > F tab – 10,1), bem como elevado R<sup>2</sup>.

Considerando os resultados obtidos pode-se apontar que há uma relação negativa entre X e Y, isto é, a medida que X varia em 1 unidade, Y reduz em 0,218 unidades.

Apesar dos resultados, deve-se fazer a ressalva que o tamanho da amostra é muito pequeno, o que pode gerar vieses.

4) Seguiu-se aqui metodologia proposta por Sartoris (cap 7)

Dados:

Dados do problema: n = 20, distr normal,  $\mu = 5$ ;  $\sigma^2 = 9$  ( $\sigma = 3$ )

4a)

i) IC 95% ( $95/2 = 0,475 \rightarrow$  tab distr normal,  $Z = 1,96$ )

ii) calcula  $\sigma$  (na qual a fórmula é  $= (\sigma^2/n)^{0,5} \rightarrow (9/20)^{0,5} = 0,6708$ )

iii) substitui valores na fórmula da distr. normal padronizada,  $Z = [(X - \mu) / \sigma]$

tem-se:  $(5 - \mu) / 0,6708 = 1,96 \rightarrow 5 - \mu = 1,3148$

Assim tem-se o IC (95%) =  $3,6852 < \mu < 6,3148$

(Em 95% das vezes em que realizaríamos este experimento, o valor verdadeiro da média pop. cairia neste intervalo.)

4b)

Como o IC calculado na questão anterior (4a) representa a região de aceitação para  $H_0$  (considerando  $\mu = 5$ ), tem-se que 7 está fora da região de aceitação e portanto rejeitamos  $H_0$ .

4c)

i) IC 95% (50 +45, como 0,45 = 1,645)

ii) calcula  $\sigma$  (na qual a fórmula é  $= (\sigma^2/n)^{0,5} \rightarrow (9/20)^{0,5} = 0,6708$ )

iii) substitui valores na fórmula da distr. normal padronizada,  $Z = [(X_{\bar{}} - \mu) / \sigma]$

tem-se:  $(7 - \mu) / 0,6708 = 1,645 \rightarrow 7 - \mu = 1,1035$

Assim tem-se o IC (95%) = - inf <  $\mu$  < 8,1035 e  $\mu=7$  está dentro da região de aceitação, neste caso aceitamos  $H_0$ .

5) Seguiu-se aqui metodologia proposta por Sartoris (cap 7)

Dados:  $n = 50$ ;  $\mu = 75$ ;  $\sigma = 10$

5a)

i) IC 95% ( $95/2 = 0,475 \rightarrow$  tab distr normal,  $Z = 1,96$ )

ii) calcula  $\sigma$  (na qual a fórmula é  $= (\sigma^2/n)^{0,5} \rightarrow (100/50)^{0,5} = 1,4142$ )

iii) substitui valores na fórmula da distr. normal padronizada,  $Z = [(X_{\bar{}} - \mu) / \sigma]$

tem-se:  $(75 - \mu) / 1,4142 = 1,96 \rightarrow 75 - \mu = 2,772$

Assim tem-se o IC (95%) =  $72,23 < \mu < 77,77$

(Em 95% das vezes em que realizaríamos este experimento, o valor verdadeiro da média pop. cairia neste intervalo.)

5b)

i) IC 90% ( $90/2 = 0,45 \rightarrow$  tab distr normal,  $Z = 1,645$ )

tem-se:  $(75 - \mu) / 1,4142 = 1,645 \rightarrow 75 - \mu = 2,3264$

Assim tem-se o IC (90%) =  $72,67 < \mu < 77,32$

(Em 90% das vezes em que realizaríamos este experimento, o valor verdadeiro da média pop. cairia neste intervalo.)

O exercício demonstra que quanto maior é o grau de confiança (IC), amplia-se o tamanho do intervalo (ou a margem de erro). Esta situação acaba sendo um *trade-off* para o pesquisador, pois quanto mais confiança ele busca, maior será o seu intervalo/margem de erro.

Para resolver as duas questões conjuntamente é necessário ampliar o tamanho da amostra.

6)  $N=122$

Exame = 0, 29 - 649, 6RAP

$R^2 = 0,4366$

(0,48) (15,5) = d-p

Onde Exame = pontuação obtida nos exames ao longo do ano;

RAP = Razão aluno-professor.

6a) Os resultados apontam uma relação negativa entre RAP e resultados dos exames. Neste caso pode-se inferir que a medida que amplia o número de alunos por professor a qualidade das aulas caem o que é refletido nos exames. Neste caso a cada aluno adicional por professor a pontuação cai em 649,6 pontos. O coeficiente  $\beta_1$  indica que caso RAP for zero o resultado é de apenas 0,29 (um resultado não muito lógico).

6b)  $t_{tab}$  (nível de significância de 5% e  $gl = 120$ ) = 1,98

O  $t_{calc} \beta_1 = 0,29/0,48 = 0,6042 < t_{tab} (1,98) \rightarrow$  não significativa

O  $t_{calc} \beta_2 = 649,6/15,5 = 41,91 > t_{tab} (1,98) \rightarrow$  significativa

6c)

Sim. Uma das possibilidades poderia-se rodar o modelo pela origem (sem intercepto). Uma segunda maneira seria regressir o modelo considerando uma outra forma funcional, como por exemplo aplicar log nas duas variáveis (modelo log-linear). Ou ainda, poderia-se verificar a possibilidade de incluir outras variáveis explicativas, como por exemplo educação dos pais e/ou anos de escolaridade do professor (titulação).

6d)

Sim. Alguns modelos impõem que o intercepto esteja ausente do modelo e neste caso o modelo sem intercepto é mais adequado (melhora a robustez do modelo, por exemplo; e possibilita estimar o coeficiente de inclinação com maior precisão), podemos fazer a regressão sem o intercepto (regressão pela origem).

6e) Não é possível rodar o modelo sem os valores da amostra.

6f)  $R^2 = 0,4366$

$F = [R^2 / (k)] / [(1-R^2) / (n-k-1)]$

$F = [0,4366/1] / [(1-0,4366)/120] = 92,99$

Como  $F_{tab} = 3,92 < F_{calc} (92,99) =$  coefic são significativos.

7) Seguiu-se aqui metodologia proposta por Gujarati (2000) (cap 5)

IC  $\rightarrow \beta \pm t_{tab} * d-p$

$n = 100$  dados sobre as casas vendidas:

$\hat{preço} = 6,6 + 0,69Tamanho$

$(0,39) (0,054) = d-p$

$R^2 = 0,71$

7a)

Seja:  $t_{tab} = 1,98$  (nível de significância de 5% e  $gl = 98$ )

$\beta_1$

$6,6 - 1,98 * 0,39 < \beta_1 < 6,6 + 1,98 * 0,39$

IC  $\beta_{1(95\%)} = 5,83 < \beta_1 < 7,37$

$\beta_2$

$0,69 - 1,98 * 0,054 < \beta_2 < 0,69 + 1,98 * 0,054$

IC  $\beta_{2(95\%)} = 0,5831 < \beta_2 < 0,7969$

7b)

Como o IC calculado na questão anterior (7a) representa a região de aceitação para  $H_0$  de  $\beta_1$  ou alfa, tem-se que 7 está dentro da região de aceitação e portanto não podemos rejeitar  $H_0$ .

7c)

Como o IC calculado na questão anterior (7a) representa a região de aceitação para  $H_0$  de  $\beta_2$  ou  $\beta$ , tem-se que 0,5 está fora da região de aceitação e portanto rejeitamos  $H_0$ .

7d e e) Deve ser usada a fórmula:

$$\Pr\left[\hat{\beta}_i - tc \sigma_{\hat{\beta}_i} \leq \beta_i \leq \hat{\beta}_i + tc \sigma_{\hat{\beta}_i}\right] = 1 - \alpha$$

Mas monocaudal temos:

$$\Pr\left[\beta \leq \hat{\beta}_i + tc \sigma_{\hat{\beta}_i}\right] = 1 - 0,05$$

ou

$$\Pr\left[\hat{\beta}_i - tc \sigma_{\hat{\beta}_i} \leq \beta_i\right] = 1 - 0,05$$

E basta construir o intervalo usando o valor t tabelado monocaudal.

8) Taxa de crescimento anual médio

modelo semilog (log-lin) - na forma  $\ln Y = \beta_1 + \beta_2 t + \varepsilon$

Resultados

$\beta_1$  estimado = 6,77 (0,0685)

$\beta_2$  estimado = 0,2073 (0,008)

taxa de anual de crescimento é de  $100 * \beta_2$  (=20,73%). As vendas tiveram um crescimento de 20,73% a.a. no período de 1986 a 1999.